

等價與比率偏好強度判斷之實驗比較

An Experimental Comparison Between Equivalence and Ratio Judgments of Strength of Preference

賴世剛¹ Shih-kung Lai

國立中興大學地政系

辜永奇² Yung-chyi Ku

三捷國際工程顧問股份有限公司

¹Department of Land Economics, National Chung Hsing University and ²International Engineering Consultants Co.,Ltd.

(Received March 22, 1996; Revised November 12, 1996; Accepted July 20, 1997)

摘要：偏好強度的測量是決策理論（尤其是多屬性決策方法）的一個關鍵課題。然而在實證上和理論上，偏好強度尚屬於一個模糊的概念，對於其可測定與否，尚無定論。

在一般的多屬性決策方法中（如 MAUT 及 AHP）對於偏好強度的測定，多僅包括等價（equivalence）判斷與比率(ratio)判斷兩種，但就其效用於決策的品質而言，究竟哪一種方式較易於表達決策者的偏好強度，則是本文研究的主要目的。

本文首先根據可衡量加法價值函數(measurable additive value theory, MAVT)對偏好強度的定義以一種疊代式(iterative)的實驗設計來比較兩種判斷方式的效用及易用性，該結果可提供日後改進多屬性決策方法或設計決策支援系統時的參考。雖然本研究以租屋作為實驗的例子，由於實驗對象多為具租屋經驗的受測者，且決策模式亦非針對租屋行為而建立，故研究成果可一般化，而適用於其他決策者所熟悉的狀況。

實驗的結果顯示，以等價判斷方式表達偏好強度，較比率判斷有效用，而等價判斷方式也較比率判斷方式就使用時間而言易於使用。所以建議將現行多屬性決策方法中求取偏好強度的技術以等價判斷方式進行，將有助於提高決策品質。

關鍵詞：偏好強度、可衡量加法價值函數、疊代式過程、多屬性決策方法。

Abstract: Measurement of strength of preference is an important issue in decision theories, in particular, multiattribute decision making techniques. In theoretical and empirical studies, the concept of strength of preference is still an elusive notion and its measurability is still in debate. In most

multiattribute decision making techniques (e.g., MAUT and AHP), strength of preference judgments include equivalence and ratio judgments within or among attributes. It is not clear which of the two elicitation modes is more effective. This paper presents the results from an experiment comparing the two elicitation modes.

Based on the definition of strength of preference in measurable additive value theory (MAVT), we applied an iterative experimental design to compare the effectiveness and ease of use of the two elicitation procedures. The results may provide insights into improving multiattribute decision making techniques or designing decision support systems. Though the experimental task was renting an apartment, because most subjects were experienced in such a task and the decision making model was not constructed specifically for renting behavior, the results can be generalized for other decision situations that the decision maker is familiar with.

The results indicated that equivalence judgments were more effective than ratio judgments and that the former were easier to be made than the latter in terms of time spent. We suggest , therefore , that multiattribute decision making techniques would be more effective if the equivalence elicitation mode is considered.

Key words: strength of preference, measurable additive value function, iterative procedure, multiattribute decision making techniques

1. 前言

各種不同的決策理論常被規劃者運用以作為替選方案評估與選擇的方法，例如多屬性效用理論(Multiattribute Utility Theory; MAUT)、分析階層程序法(Analytic Hierarchy Process; AHP)，以下將這些方法統稱為多屬性決策方法或多準則決策(Multi-criteria Decision Making)。這些決策理論的背後，偏好強度(strength of preference)的測量是一個關鍵的課題，因為大多數的這些方法直接或間接要求決策者作某些形式的偏好強度判斷。然而在實證上和理論上，偏好強度尚屬於一個模糊的概念，對於其可測定與否，尚無定論。本文暫不探討偏好強度的可測量性，而著重在何種偏好強度測量方式較佳。

在一般應用的決策方法中(如MAUT及AHP)，對於偏好強度的直接或間接測定，至少可歸納為等價 (equivalence) 判斷與比率(ratio)判斷兩種，但是對於表現決策者偏好之有效性而言，究竟哪一種判斷方式較佳，尚無一明確的定論，亦是本文主要的重點。

本文分為兩部份：(1)根據文獻從理論上來解釋偏好強度的意義；(2)實證測試決策者是否能根據前項的意義來表示偏好強度。在理論的部份，本研究將根據偏好結構的數學表示來界定偏

好強度的意義，而將正常由測定效用函數程序所形成的偏好結構中的偏好強度與風險態度分開來(例如[6, 7, 9, 12, 17])，且不考慮機率測定或不確定性問題，即假設方案不含風險因素或事件機率性。其中偏好結構指的是決策者對方案偏好形成的數學表示方法，例如屬性價值函數與權重形成的加法模式。偏好強度與風險態度兩者混合決策情況，則留待後續研究。

在實證部份，與Bell及Raiffa[5]對於風險態度的測定類似，本研究假設偏好強度是本然的(intrinsic)，亦即偏好強度是決策者進行判斷時自然採用的一種方式。假設姑且不論其形成可能是穩定的(stable)（即已知且不變的）或建構而成的(constructive)（即事前不知而逐漸形成的），如果評估的測試問題設計的很好，則偏好強度是可以測定的；本研究更假設決策者能在不同種類的物品間表示偏好的強度，例如在不同商品與大規模計畫間偏好強度的比較。

在理論部份界定偏好強度的數學定義後，本研究將以一個實驗來測試及比較不同偏好強度的表示方式。第一個目的是檢定屬性得失間比率及等價判斷的有效性。本研究同時考慮屬性中（或同一屬性）與屬性間（或不同屬性）的評估。假設 A_e 、 W_e 、 A_r 及 W_r 分別代表屬性中等價判斷方式、屬性間等價判斷方式、屬性中比率判斷方式及屬性間比率判斷方式，在本實驗第一個目的中，將測試這四種方式的優劣。所謂的屬性間比較指的是兩種不同屬性之間的比較，例如A產品與B產品之間的偏好比較；所謂的屬性中比較指的是單一屬性中不同屬性水準之間的比較，例如A產品中不同價位水準的偏好比較。本實驗的第二個目的將檢定經由 A_e 、 A_r 、 W_e 、 W_r 所組合而成的不同可衡量加法價值函數型態何者較有效，這些包括 $A_e W_e$ 、 $A_e W_r$ 、 $A_r W_e$ 、 $A_r W_r$ 等可衡量加法價值函數型態。

本研究假說為：(1)偏好強度能被測定，換言之，如果問答方式適宜的話，決策者經由實驗設計問答後，能穩定地作偏好強度的判斷；(2)屬性得失間的比率判斷比起等價判斷難表現。因比率判斷需先將不同屬性水準之原始單位轉換為效用單位後，再測定其比率，而等價判斷僅須作原始單位水準間轉換判斷且不必測定比率。因此比率判斷需要更多的認知努力且對於判斷錯誤會更為敏感。

本研究以「租屋選擇」為實驗設計的材料，透過電腦問卷實驗方式，收集中興大學地政系學生對於租屋選擇的各種偏好判斷結果。為了減低實驗的誤差，實驗過程將採取實驗室的方式進行，而電腦問卷的程式設計係採用dBASE III Plus程式語言撰寫。實驗將採用疊代式(iterative)的問答方式，該方式在Lai及Hopkins[16]中曾被成功的採用，以比較不同決策方法在表示決策者偏好結構的有效性。由於該方式亦間接地探討對偏好表示方式的比較，因此該法的論證適用於本研究。所不同是Lai及Hopkins[16]係對完整的多屬性決策方法作比較，而本研究著重在比率及等價的偏好強度表示方法之效用。

本文結構分成三大部分，首先就相關偏好測定的文獻中針對偏好強度意義的理論與測定的方法作說明，其次提出為達到研究目的之實驗設計及流程，最後分析實驗結果並提出結論與建議。

2. 偏好強度的定義

偏好強度的想法是由Frisct[9]於1962年所提出來。假設a、b、c、及d代表某一屬性X上的四個水準。理論上，決策者可比較a超過b的偏好程度及c超過d的偏好程度。此種關係若以 \geq^* 表示，則 $ab \geq^* cd$ 表示a超過b的偏好程度大於c超過d的偏好程度。雖然這種想法在理論上是容易被接受的，但實證上卻被認為無具體意義。例如Farquhar及Keller[9]認為雖然個人顯然能對於比較偏好差異的問題提出回答，但是卻很少能有效地在實際行為中作出判斷。此外，von Winterfeldt及Edwards[22]雖然認為偏好強度是可以衡量的，但是卻無法對其定義提供確切的解釋。

有兩種方法曾被用來界定偏好強度的意義：風險性選擇方法(risky choice approach)和差異衡量方法(difference measurement approach)。前者是基於Savage[20]的確定事件原則(sure thing principle)所發展出來的。其認為若能符合確定事件原則，則在風險下的效用函數就能合理地衡量出偏好差異程度。但是該種方法因不具有可操作性，以至無法以實證的方式驗證其基本假設。後者是Dyer及Sarin[6]基於Krantz等[13]所發展出的正差異衡量(positive difference measurement)中的公設系統，將偏好強度當成一種原始(primitive)的概念，根據屬性間彼此獨立的假設，推論出可衡量加法價值理論(Measurable Additive Value Theory; MAVT)。該理論係考慮確定情況下價值函數的求取，可明確地表示偏好強度的意義，而具可操作性，但是該法的最大爭議是未曾經由實證來檢驗其操作性。因此，偏好強度的爭議主要在無法將偏好強度獨立於風險外來衡量、偏好強度的衡量不具可操作性、或衡量過程的有效性值得懷疑等，使得偏好強度的定義及測定一直未能得到一個清楚的結論。

至於偏好判斷方式的研究，大多數的多屬性決策技術是以屬性尺度的等價判斷或比率判斷來導出決策者的選擇，因此多屬性決策技術的比較基礎就在於人們對於等價判斷和比率判斷能力上的比較[16]。有效性在此指的是說正確的表示決策者真正的偏好。就偏好強度而言，所謂等價判斷指的是兩屬性水準的偏好差異（例如由b增加到a， $b \rightarrow a$ ）與另兩屬性水準差異($d \rightarrow c$)相等；而比率判斷則指該兩組屬性水準差異的比值。一般而言，比率判斷比等價判斷較為困難[22]，因為比率判斷需要更多的認知努力，例如屬性單位的轉換及比率的估計等，以及對於判斷的錯誤會更為敏感，但這些假說沒有實證研究的支持。

對於衡量偏好判斷過程的方法，卓武雄[2]指出三種基本方法：交談式(interactive)方法、事前偏好解析(prior articulation of preferences)、事後偏好剖析(posterior articulation of preferences)。其中交談式方法假設決策者並無所謂固定的偏好函數存在，偏好之進展與改變存在著一種學習的過程，其不但可透過某種方式之「人機」對話來進行偏好之解析，並且可提供分析者與決策者即時對話的機會，以指導決策者作出他們所認為最好的妥協。Lai[14]及Lai & Hopkins[16]曾在一個實驗中以疊代式過程(iterative procedure)來量測決策者的偏好結構（單屬性價值函數及權重）。其基本假設與交談式方式中之人機對話過程類似，但該設計應用決策心理學中的調整與

錨定現象 (adjustment and anchoring) 於實驗中[21]。本文將在第三節的研究說明中詳細介紹該設計。事前偏好解析假設人性的偏好是固定一致的，然而偏好逆轉(preference reversal)的現象就足以對該假設提出懷疑[1]。至於事後偏好剖析是以其他方法達成選擇的目的，並未在解決問題之前進行任何偏好的解析，故並非本研究探討的範圍。本研究沿用Lai及Hopkins[16]所設計之疊代式的偏好衡量方式，作為比較等價及比率偏好強度判斷的基礎，並於第三節中詳細說明。

除了以決策發生的時間作為偏好衡量方法的分類基礎外，尚有以衡量偏好方式為基礎的分類：包括直接方式和間接方式法兩種。直接方式是直接針對該屬性進行測量，間接方式是透過另外相關的屬性來間接衡量該屬性。直接法與間接法的優劣很難下定論，通常直接法較容易被決策者所了解，但是所得到的偏好是否真正代表決策者的偏好，則是一個問題。對於直接估計法的主要批評是不具可行性，在自然發生的事物中，以問題導出偏好差異的過程並無法予以公式化；且以感覺的等級直接判斷偏好，可能無法提供一個令人滿意的偏好強度衡量過程[8]。但是若能解決直接法中的一些缺失，例如問答的方式、驗證某些行為的假設等，則應用直接估計法要求決策者提供一個直接價值衡量，以反應出偏好的順序及強度，則具有相當的可行性。而間接法的處理方式較複雜，決策者對於問題也較不易回答[3]。

由於可衡量加法價值理論界定偏好強度意義的明確性及可操作性，本研究將以該理論為基礎進行衡量偏好強度的問卷設計。有關可衡量加法價值理論的概念可參考Dyer及Sarin[6]的理論架構，而對於偏好值求取的方法，由於間接方式的問題對於決策者而言較不容易回答，因此本研究將採用直接方式。主要是以無差異水準詢問法當成問題形成的方式(即決定屬性水準以表示兩對屬性水準間偏好差異一致)，因為該法的問答方式可求取出基數尺度的偏好值，以表達出偏好的強度。屬性中偏好強度等價判斷的方式，則以多屬性效用理論中的中點分割法(mid-value splitting technique)來進行，因為該法的可操作性高且理論基礎較完整[11]。屬性間偏好強度等價判斷方式則以不同屬性問題交易值判斷(trade-off judgments)為主。

為了解決直接方式詢問法的缺失，以增進問答過程的有效性，本文將採用人機交談式的偏好求取過程，以期在詢問的過程中，不論決策者的偏好是穩定的或建構而成的，決策者可發覺或透過學習過程建立其偏好結構。本研究並且以“人機”的問答方式進行，如此可降低問答時所產生的誤差，以解決無差異水準詢問法中無法處理面談時會產生誤差的問題。

3. 研究設計

由前兩節可知，有關偏好強度的研究大多僅限於理論上的討論，實證上的研究則有限，其主要原因有二：(1)決策者實際上是否以偏好強度的衡量方式進行方案評估，尚有爭議；(2)有關衡量偏好量測的實驗設計中，評估標準不易產生。因此偏好強度如何衡量？等價的偏好強度判

斷方式與比率的判斷方式如何衡量？何者較有效？均是本研究嘗試探討的問題。本節以可衡量加法價值理論為基礎，提出一比較等價及比率偏好強度判斷求取方式的實驗設計。

3.1 實驗設計理論

本實驗設計以Dyer及Sarin[6]所提出的可衡量加法價值理論(MAVT)作為界定偏好強度意義的理論（MAVT的理論請參見Dyer及Sarin[6]），因為MAVT將風險態度從偏好價值衡量中分開，更能明白地表達出偏好強度的意義。且其定義十分清楚而可直接依據該定義設計偏好強度求取的問卷。簡單的說，MAVT所指的偏好差異或強度即為兩方案多屬性加法價值函數的差異。但本研究將偏好強度的意義延伸到單屬性水準價值之差異。多屬性可衡量加法價值函數的存在是單屬性可衡量價值函數存在的充分及必要條件[15]。在偏好強度的求取方面，將以無差異水準詢問法為基礎，採取疊代式的問答過程，並且選擇符合MAVT適合性假設的屬性。

3.1.1 決策問題

本實驗將以「租屋行為」為實驗內容，其考量的觀點是因為實驗對象若能針對熟悉的事物進行判斷，其所做之偏好判斷較能表示其真正的偏好 [10]，而由於本研究的實驗對象選擇學生，故決定以學生較熟悉的租屋行為作為實驗內容，所考慮的屬性包括租屋面積（坪數）、租金（元）、及至學校之步行距離（分鐘）。在進行實驗前必須分別測試這些屬性是否符合MAVT的假設條件。調查結果發現三個屬性的資料，均符合MAVT的假設條件，適合本實驗的目的，茲分別說明如后。

本研究首先針對中興大學法商學院學生在外租屋的市場狀況，簡單調查出學生租屋現況中租金、面積、步行時間等三個屬性的資料。

本研究是以在中興大學校門口隨機訪問的方式，得到了30個現在正在外租屋同學的有效樣本，並分別統計出三個屬性的最低值、第一個四分位、第二個四分位、第三個四分位及最高值等五個屬性水準點，其結果如表1所示。

表1 中興大學學生在外租屋之租金等現況資料表

屬性 屬性水準	最低值	第一個 四分位	第二個 四分位	第三個 四分位	最高值
租金(元)	1,400	3,500	4,000	5,500	22,500
面積(坪)	1.5	2	2.5	4	30
步行時間(分鐘)	1	5	8	14	45

其次，本研究根據檢驗屬性適合性的問題結構（即MAVT之基本假設），擬出一份屬性適合性檢驗的問卷，其中包含了偏好獨立性(preferential independence) 檢驗、差異一致性

(difference consistency) 檢驗，以及差異獨立性(difference independence)檢驗的所有問題，並將各問題隨機排列，以盡量避免受測者因發現題目的規則性而影響作答方式，進而影響作答的結果。

本次問卷共計有30位受測者參與作答，並採取立即給付酬勞(每人100元)、集中作答的方式進行，而於作答前統一說明作答方式及問卷內容。結果回收30份有效問卷，並分別統計各屬性適合性達成的正確率。

分析結果後得知，針對本研究初步所選取的三個屬性而言，其對於偏好獨立性檢定、差異一致性檢定、差異獨立性檢定的結果，符合各條件的回答比率均在70%以上，故租金、面積、時間等三個屬性，可適用本實驗的屬性要求，以根據MAVT進行實驗分析及假設檢定。

3.1.2 實驗設計

根據第一節之實驗假說，本實驗設計將受測者分成A、B兩大組，兩組使用不同之屬性間與屬性中偏好強度判斷組合。A組受測者交替採取屬性中、間等價(AeWe)及比率(ArWr)判斷。B組受測者交替採取屬性間及屬性中等價/比率(AeWr)及比率/等價(ArWe)判斷。每大組中有兩小組，其差別僅在於答題順序的不同，其目的在於控制不同判斷方式間的學習效果。實驗設計採用Lai及Hopkins[16]所使用的疊代式收斂過程，並且利用交談式人機對話的方式進行（見圖1）。簡言之，該設計主要認為現有多屬性決策方法之評估標準，如公理標準、預測標準及收斂標準[22]，不見得能衡量出決策者真正的偏好。唯有重複不斷的讓決策者根據他們先前的判斷方式予以修正，決策者才能“建構”或者“發覺”他們的偏好。因此，Lai及Hopkins即根據Tversky及Kahneman的“調整與錨定”(adjustment and anchoring)的判斷現象[21]，提出疊代式偏好判斷過程。本研究實驗設計基本上與Lai及Hopkins的設計程序上相同，其主要的差異在於Lai及Hopkins根據疊代方式兩兩比較三種多屬性決策方法：AHP、MAUT、及修正後的AHP。而本研究則以不同偏好強度判斷方式組合而成四種多屬性偏好強度擷取方法，並兩兩以疊代過程比較之。

例如，在第一組中（參見圖1），受測者在步驟1回答一系列有關屬性中和屬性間等價偏好判斷的問題，在步驟2則回答有關屬性中和屬性間比率偏好判斷的問題。從步驟3以後，則再次回答等價偏好判斷的問題，但是電腦會先提示該受測者前兩個步驟回答的結果，以提供受測者再次作答參考之用，提示的兩個結果中，其一是步驟1中等價方式作答的結果，其二是將步驟2中比率方式作答的結果轉換成等價方式的結果，依照此方式繼續測試，直到符合停止規則為止（參見下節）。其他三組的實驗過程與第一組大致相同，而其差別僅在於其問題結構及偏好判斷組合的差異。整個問答程序，是由dBASE III Plus程式語言所設計出的系統。圖2、圖3分別顯示第一組在步驟1、3的螢幕內容。

等價判斷與比率判斷之間的轉換係根據其中一種判斷方式求得價值函數後直接由該函數讀取另一判斷之值。例如，利用中點分割法的等價判斷估計某屬性價值函數後，可直接讀取不同

屬性水準間的比率判斷，而屬性間水準的比率判斷亦可由屬性間等價交易量判斷間接求取。屬性中或屬性間的比率判斷，亦可藉由類似的方式由等價判斷轉換之。

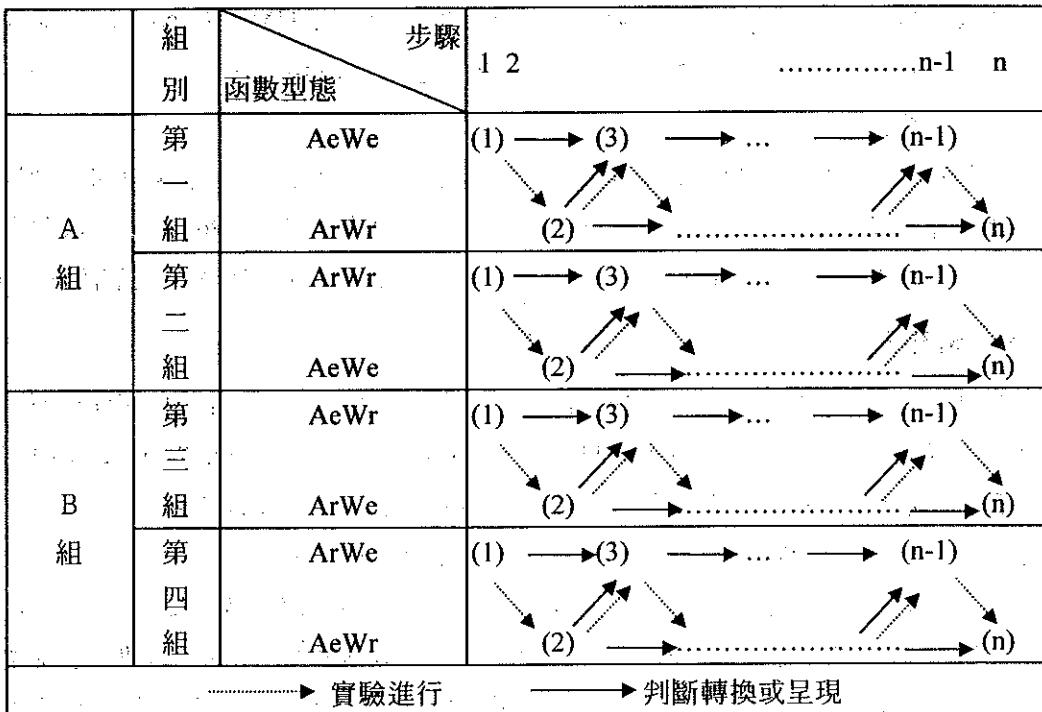


圖1 導出偏好判斷的疊代式收斂實驗過程圖

租屋偏好行爲測定實驗

<<<租金項目測試>>>

若租金由10000元減為M元，與租金由M元減為1400元，這兩者間
變化的差異，您覺得是相等的，則您認為“M”應該是多少元？

M= 元 (請回答至整數！！)

《您曾經作答過的答案》

(1)您認為租金由22500元減為10000元，與由10000元減為1400元，兩者之變化相同。
(2)您認為租金由22500元減為17000元，與由17000元減為10000元，兩者之變化相同。

圖2 第一組在第1步驟的螢幕內容

租屋偏好行爲測定實驗	
<<<租金項目測試>>>	
<提示：經由上兩個步驟您的偏好表示結果呈現如下，請參考之後再次作偏好判斷>	
<ul style="list-style-type: none"> ● 您認為租金由10000元減為3920元，與由3920元減為1400元，兩者之變化相同。 ● 您認為租金由10000元減為3342元，與由3342元減為1400元，兩者之變化相同。 	
<p>若租金由10000元減為M元，與租金由M元減為1400元，這兩者間 變化的差異，您感覺是相等的，則您認為“M”應該是多少元？</p>	
<p>M = <input type="text"/> 元 (請回答至整數！！)</p> <p>《您曾經作答過的答案》</p>	
<p>(1)您認為租金由22500元減為10000元，與由10000元減為1400元，兩者之變化相同。 (2)您認為租金由22500元減為17000元，與由17000元減為10000元，兩者之變化相同。</p>	

圖3 第一組在第3步驟的螢幕內容

3.2 實驗停止規則

受測者在使用疊代式問答過程中，系統根據兩個規則自動控制該過程，本研究訂定實驗停止規則的依據在於兩個原則，其一是當受測者的偏好表示已經穩定，則應該停止測試，其二是若受測者測驗的時間過長，亦應該停止測試，否則可能會因受測者感到疲乏而影響到測試結果的準確性。於是本研究先行主觀地訂出初步的實驗停止規則，依照該規則進行實驗試測，而後根據試測的結果，修正實驗停止規則，最後訂出正式的實驗停止規則如下：

(1) 達到收斂規則，其中收斂規則為：

$$\sum_{i=1}^3 [w_i \times V_i(x_2) - w_i \times V_i(x_1)] \leq 0.01 \quad (1)$$

式中

w_i : 第n (即程式終止) 個步驟的屬性i的權重

$V_i(x_2)$: 第n個步驟的屬性i的第二個四分位屬性水準價值

w_i : 第n-1 (即程式終止前1) 個步驟的屬性i的權重

$V_i(x_1)$: 第n-1個步驟的屬性i的第二個四分位屬性水準價值

(2)若未達到收斂規則，則實驗步驟超過6步並且實驗時間超過45分鐘則實驗停止。

3.3 評估準則

至於如何評估等價或比率判斷何者較有效？比較方式主要是根據在疊代式判斷程序中其收斂程度，亦即計算出某種判斷於最初時的偏好表示與最後所作的偏好表示之間的差距，若差距愈大，則表示最初判斷愈不能表示最終決策者真實偏好判斷而其有效性愈低。為避免比較結果

會因根據最後步驟的該種判斷方式計算而產生偏差，故在此處的「最後」偏好表示指的是最後兩步驟的平均偏好表示。評估準則的方式包括單屬性價值函數、權重、及多屬性價值函數或偏好結構三種，雖然在MAVT中，因為價值函數無上限(unbounded)，因此沒有權重。在本研究中價值函數是以1為上限，因此必須加入權重因素以表示屬性價值函數間的邊際替換率或交易量。權重的決定在等價判斷時，係根據屬性間屬性間距之等價偏好比較間接求出[11]。在比率判斷時，則直接由受測者針對屬性間屬性間距之比率偏好比較而求得。

單屬性價值函數收斂程度計算方式，是先將三個屬性的範圍作變數變換，即正規化(normalization)，使其範圍都介於0與1之間，而後求算出三種屬性各個最初偏好表示的函數與最後偏好表示的函數之間的面積（見圖4），再將三個面積總和，以當成收斂指標，其代表了受測者對於兩種不同判斷方式的偏好表示差異程度。

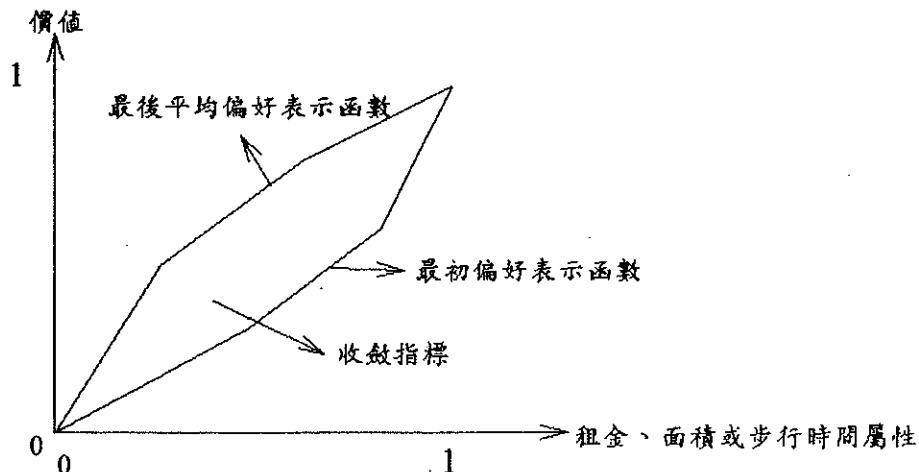


圖4 收斂指標計算圖

權重收斂程度的計算方式與單維價值函數相同，但是其偏好差距的計算是三個屬性權重最初與最後平均權重的絕對差異總和。至於多屬性價值函數收斂程度的計算，理論上應該如單屬性價值函數的求法一樣，算出最初與最後偏好表示函數之間的面積，但是因為本研究中的多屬性價值函數包含了三個屬性，為一個三度空間的型態，計算不易，故採用了近似的算法，即每一個屬性取三個點（第一、二、及三個四分位數），共 $3 \times 3 \times 3 = 27$ 種組合，經由這27種組合點的差異計算，以代表整個多屬性價值函數間的差異程度。

以下將上述的三種收斂指標以數學式表示之：

$$CI_1 = \sum_{j=1}^3 \int_0^1 [\bar{V}_j(\bar{x}_{ij}) - \bar{V}_j(\bar{x}_{ij}')] d\bar{x}_{ij} \quad (2)$$

$$CI_2 = \sum_{j=1}^3 |w_j - \bar{w}_j| \quad (3)$$

$$CI_3 = \sum_{i=1}^{27} \left| \sum_{j=1}^3 w_j \times V'_j(x_{ij}) - \sum_{j=1}^3 w_j \times V_j(x_{ij}) \right| \quad (4)$$

CI_1 : 單屬性價值函數的收斂指標

CI_2 : 權重的收斂指標

CI_3 : 多屬性價值函數的收斂指標

i : 屬性第一、二及三個四分位數

j : 租金、面積、或步行時間等三個屬性

V'_j : 最後兩個步驟平均後屬性j的單屬性價值函數

V_j : 第一個步驟屬性j的單屬性價值函數

\bar{V}'_j : 正規化後最後兩個步驟平均後屬性j的單屬性價值函數

\bar{V}_j : 正規化後第一個步驟屬性j的單屬性價值函數

x_{ij} : 屬性j的第i個水準

\bar{x}_{ij} : 正規化後屬性j的第i個水準

w_j : 最後兩個步驟的屬性j的平均權重

w'_j : 第一個步驟的屬性j的權重

4. 實驗過程及結果

本實驗分成兩個過程：試測及正式測驗，試測目的在檢驗程式的穩定性、問卷內容是否清晰、尋求適當的實驗停止規則、模擬正式實驗的過程及實驗室的佈置。根據試測後的結果修正，方進行正式實驗程序。正式實驗是以中興大學地政系學生為對象，採取給付酬勞（每名500元）、自由報名的方式選擇受測者，每一組從報名的同學中隨機選擇10名受測者，四組總共40名受測者，以符合大樣本的要求（一般為30）（參見圖1）。實驗地點、方式與試測時相同，惟40名受測者共分10梯次進行實驗，每梯次中4名受測者分別參加不同的四組進行實驗。由於實驗室與外界隔離（有窗簾、禁止他人進入）、每次佈置儘量都保持一致，故雖然共分10梯次進行，仍可假設受測者的實驗環境都相同。

根據研究目的，實驗結果的分析可歸納成三類：單屬性價值函數中等價判斷或比率判斷的有效性、權重中等價判斷或比率判斷的有效性、及多屬性價值函數中等價判斷或比率判斷的有效性。此外，尚有等價判斷或比率判斷花費的時間加以探討。

雖然40個樣本分成四種不同的組別，且在疊代式的實驗過程中等價判斷與比率判斷的順序亦不同，但是在分析的資料中發現順序的差異並不會影響到實驗的結果（亦即根據變異數分析（ANOVA）群體平均數無顯著差異），因此可將不同順序的判斷資料合併分析。

在分析的方法上，主要是以t檢定和變異數分析為主，所採用的顯著水準為0.05。在本研究中的樣本數共有40個，因此可將其視為常態分配，並假設各母體之殘差為獨立的，且本研究再就變異數齊一性方面作分析，以決定採用變異數分析方法的適用性，其方法係採用Hartley檢定[4]。若根據Hartley檢定多群體間變異數是齊一性，則相關之變異數分析則可獲更有力的支持。即使群體間變異數呈現有限的差異，其影響其後之變異數分析的程度亦不顯著[24]。

4.1 單屬性價值函數測試結果分析

由上述的說明中，可將組別及順序這兩個因子所造成的影響排除在外，而僅考慮等價方式和比率方式兩種技術本身的效果即可，由分析實驗資料後，可得到等價判斷和比率判斷收斂指標的各項統計值（見表2），其中等價判斷的收斂指標平均值(0.34)較比率判斷的收斂指標平均值(0.62)低，其t值=-6.22(P值=0.00<0.05)，故可發現就單屬性價值函數而言，等價判斷較比率判斷有效，而其差異的結果是顯著的，亦即等價判斷在衡量價值函數方面明顯地較比率判斷方式有效。

表2 單屬性價值函數中不同判斷方式之收斂指標統計值

統計值 \ 方式	等價判斷	比率判斷
平均值	0.34	0.62
標準差	0.09	0.27
樣本數	40	40
t值		-6.22*

註：“*”代表結果顯著，等價判斷及比率判斷收斂值係根據公式（2）而得，且兩母體變異數有顯著差異(p值=0.00<0.05)。

4.2 權重測試結果分析

排除組別及順序兩個因子後，根據實驗資料，可得到由等價判斷和比率判斷所求得知權重收斂指標的各項統計值（見表3），其中等價判斷的收斂指標平均值(0.30)較比率判斷的收斂指標平均值(0.35)低，而其t值=-0.69(P值=0.49>0.05)故可發現就權重而言，等價判斷較比率判斷有效，但其差異是不顯著的，亦即雖然等價判斷比比率判斷方式有效，但是在統計上而言，兩者沒有明顯的差異。

表3 權重中不同判斷方式之收斂指標統計值

統計值 \ 方式	等價判斷	比率判斷
平均值	0.30	0.35
標準差	0.26	0.27
樣本數	40	40
t值		-0.69

註：等價判斷及比率判斷收斂值係根據公式（3）而得，且兩母體變異數無顯著差異(p 值 = 0.48 > 0.05)。

4.3 多屬性屬性價值函數測試結果分析

根據四種函數的變異數齊一性檢定方面發現，其 H 值 = 2.78 < $H(0.95;4,10)$ = 6.31，結果是不顯著的，亦即這四種函數的變異數符合齊一性，將該資料運用在變異數分析中可得到很高的檢定效率。

分析實驗資料後，可得到這四種不同多屬性價值函數收斂指標的各項統計值（見表4），其收斂指標平均值的大小依序為 B 模式(4.40)、C 模式(3.79)、D 模式(3.65)及 A 模式(2.17)，而其 F 值 = 2.555(P 值 = 0.062 > 0.05)，故可發現就多屬性價值函數而言，雖然其有效的順序依序為 A 函數、D 函數、C 函數及 B 函數，但就統計上而言，其差異幾乎不顯著；若將顯著水準定為 0.1 的話，則發現這四個函數的有效性是有明顯的不同。

表4 多屬性價值函數中不同組合方式收斂指標統計值

方式	統計值	平均值	標準差	樣本數	F 值
等價權重*等價價值函數(A 模式,AeWe)	2.17	1.83	20		
比率權重*比率價值函數(B 模式,ArWr)	4.40	3.04	20		
等價權重*比率價值函數(C 模式,AeWr)	3.79	2.45	20		
比率權重*等價價值函數(D 模式,ArWe)	3.65	3.05	20		2.555

註：各組合方式之收斂值係根據公式（4）而得。

4.4 測試時間分析

在此處將以受測者平均對於每一個判斷步驟的作答時間，來說明不同的判斷方式對於受測者而言的難易程度。首先就四種不同判斷情況(Ae,Ar,We,Wr)的變異數齊一性檢定方面發現，其 H 值 = 4.90 < $H(0.95;4,10)$ = 6.31，結果是不顯著的，亦即這四種情況的變異數符合齊一性，將該資料運用於變異數檢定中可得到很高的檢定效率。

而就四種不同情況的判斷方面而言，受測者平均對於單屬性價值函數中等價判斷方式的每一個判斷答題時間需 31.3 秒，對於單屬性價值函數中比率方式為 43.3 秒，對於權重中等價方式為 47.3 秒，對於權重中比率方式為 70.1 秒，而其 F 值 = 21.04(P 值 = 0.00 < 0.05)，結果是顯著的，亦即就容易作答程度而言，其容易順序依序是等價判斷的單屬性價值函數、比率判斷的單屬性價值函數、等價判斷的權重、比率判斷的權重。

5. 結論

雖然本研究以租屋為實驗的例子，由於實驗對象多為具租屋經驗的受測者，且決策模式亦非針對租屋行為而建立，故研究成果可一般化，而適用於其他決策者所熟悉的情況。

由整個實驗分析可得知，在顯著水準為0.05時，就單屬性價值函數而言，採用等價判斷的方式較有效；就權重而言，雖然採用等價判斷方式較比率判斷方式有效，但其有效的差異並不顯著；就多屬性價值函數而言，採用等價判斷的權重與等價判斷的價值函式所組成的函數幾乎較其他三種函數顯著地有效。但若顯著水準定為0.1時，則明顯的可知採用等價判斷的權重與等價判斷的單屬性價值函數所組成的多屬性函數是較有效的方式，且採用比率判斷的權重與比率判斷的單屬性價值函數所組成之多屬性價值函數具最低有效性。

就整個實驗結果與本研究先前所作的假說來比較，可發現單屬性價值函數與權重之各種判斷方式，就效用和判斷時間長短來比較的結果，與假設結果大致符合；而四種不同多屬性價值函數型態的有效性與假設大致符合。亦即，等價判斷較比率判斷較能有效表現決策者的真實偏好。

換言之，人們對於同一屬性的等價判斷方式最易表達他們的偏好。至於屬性間偏好的比較，由於屬性單位的不同，較不易區別等價判斷及比率判斷的效用。但整體而言，由於比率判斷的認知過程較為複雜，使得其在偏好測定上極為困難，因此，本實驗結果建議在設計新的多屬性決策方法時，應儘量採用較簡單的等價判斷方式以擷取決策者偏好強度的偏好結構。

作者感謝劉小蘭、林秋瑾兩位教授以及兩位匿名評審提供意見，並感謝行政院國家科學委員會之補助(NSC 82-0301-H-005A-022)。

參考文獻

- [1] 林舒予，風險下決策的訊息整合歷程之探討—以偏好逆轉現象為例，臺灣大學心理學研究所碩士論文，民國77年。
- [2] 卓武雄著，多重準繩決策，曉園出版社，臺北，民國81年。
- [3] 梁定澎，多屬性效用模式在消費者選擇行為之應用，中山大學企業管理研究所碩士論文，民國71年。
- [4] 顏月珠著，實用統計方法一圖解與實例，三民書局，台北，民國79年。
- [5] Bell, D.E. and Raiffa, H., "Marginal Value and Intrinsic Risk Aversion," *Decision Making*, Cambridge: Cambridge University Press, 1989.
- [6] Dyer, J. S. and Sarin , R. K., "Measurable Multiattribute Value Functions," *Operations Research*, Vol. 27, No. 4, 1979, pp. 810-822.

- [7] Dyer, J. S. and Sarin, R. K., "Relative Risk Aversion," *Management Science*, Vol. 28, No. 4, 1982, pp.875-886.
- [8] Edwards, W., *Utility Theories:Measurements and Applications*, Norwell: Kluwer Academic Publishers, 1992.
- [9] Farquhar, P. H. and Keller, L. R., "Preference Intensity Measurement", *Annals of Operations Research*, Vol. 19, Basel, Switzerland: J. C. Baltzer AG.,1989.
- [10] Fischer, G.W., "Utility for Multiple Objective Decisions: Do They Accurately Represent Human Preferences," *Decision Science* ,Vol. 10, 1979, pp.451-471.
- [11] Keeney, R. L. and Raiffa, H., *Decisions with Multiple Objectives*, New York: John Wiley,1976.
- [12] Keller, L. R., "An Empirical Investigation of Relative Risk Aversion," *IEEE Transactions on Systems,Man, and Cybernetics* , Vol. 15, No. 4, 1985, pp.475-482.
- [13] Krantz, D. H., Luce, R. D., Suppes, P. and Tversky, A., *Foundations of Measurement*, Vol. 1, New York : Academic Press , 1971.
- [14] Lai,S.K., *A Comparison of Multiattribute Decision Making Using An Iterative Proudure to Derive A Convergent Criterion*, unpublished Ph.D. dissertation, University of Illinois at Urbana-Champaign, 1990.
- [15] Lai, S. K., "Relation Between Additive Multidimensional and Unidimensional Measurable Value Functions," submitted to *Journal of Risk and Uncertainty*, 1997.
- [16] Lai, S. K. and Hopkins, L. D., "Can Decision Makers Express Preferences Using MAUT and AHP: An Experimental Comparision," *Environment and Planning B:Planning and Design* ,Vol. 22, 1995, pp.21-34.
- [17] Pratt, J.W., "Risk Aversion in the Small and In the Large", *Econometrica*, Vol. 32, No. 1-2, 1964, pp.122-136.
- [18] Saaty, T. L., *The Analytic Hierarchy Process*, New York: McGraw-Hill, 1980.
- [19] Sarin, R. K., "Strength of Preferecne and Risky Choice," *Operations Reserach* ,Vol. 30, No. 5, 1982, pp.982-997.
- [20] Savage, L. J., *The Foundation of Statistics*, New York: Dover , 1954.
- [21] Tversky, A. and Kahneman, D., "Judgment under Uncertainty : Heuristics and Biases," *Judgment under Uncertainty : Heuristics and Biases* , New York: Cambridge University Press, 1982.
- [22] Von Winterfeldt, D. and Edwards, W., *Decision Analysis and Behavioral Research*, New York: Cambridge University Press, 1986.
- [23] Voogd, H., *Multicriteria Evaluation for Urban and Regional Planning*, London: Pion Limited, 1983.

- [24] Winer, B. J., *Statistical Principles in Experimental Design*, New York: McGraw-Hill, 1971.